REPUBLIQUE DU CAMEROUN
******
REGION DE L'ADAMAOUA
****
DELEGATION REGIONALE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
****
INSPECTION REGIONALE DE PEDAGOGIE CHARGEE DE L'ENSEIGNNEMENT DES SCIENCES
****
SOUS SECTION MATHEMATIQUES

REPUBLIC OF CAMEROON
******
ADAMAWA REGION
****
REGIONAL DELEGATION OF SECONDARY EDUCATION
****
REGIONAL INSPECTORATE OF PEDAGOGY IN CHARGE OF SCIENCES
****

ÉPREUVE HARMONISEE RÉGIONALE DE MATHÉMATIQUES 2025

Examen : Baccalauréat **Séries** :D-TI **Durée** : 4 heures **Coef :** 4

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (5points)

I-) On considère dans $\mathbb{C}$, le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - 3z^2 + (3+i)z - 2 - 2i$

1-) Démontrer que P admet une racine réelle α que l'on déterminera. **(0,75pt)**

2-a) Déterminer les réels a et b tels que , pour tout nombre complexe z :
$P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$ **(0,5pt)**

b-) Déterminer toutes les racines de P. **(1pt)**

II-) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 2$; $z_B = i$ et $z_C = 1 - 2i$

1-a) Déterminer le module et un argument du complexe : $Z = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. **(0,75pt)**

b-) En déduire la nature exacte du triangle ABC **(0,25pt)**

2-) On considère l'application f du plan dans le plan qui à tout point M$(x\,;y)$ associe le point M'$(x'\,;y')$ tel que $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -x + y - 2 \end{cases}$

a-) Déterminer l'écriture complexe de l'application f. **(0,75pt)**

b-) Donner la nature et les éléments caractéristiques de f. **(1pt)**

EXERCICE 2 : (5points)

I-) Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 1]$ par $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1$.

1-) Déterminer le sens de variation de f sur l'intervalle $[0;\ 1]$. **(0,75pt)**

2-a) Démontrer que pour tout $x \in]-\infty; 1]$ $f''(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2-2x+2}\ )^3}$. **(0,5pt)**

b-) Dresser le tableau de variation de f' sur $]-\infty; 1]$. **(0,75pt)**

c-) Montrer que pour tout $x \in [0;\ 1]$, $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$. **(0,75pt)**

d-) Montrer que l'équation $f(x) = 4x$ admet une unique solution $\alpha \in]0; 1[$. **(0,75pt)**

II-) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{\alpha}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{4} f(u_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a-) On suppose que $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}$, montrer que ,
$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{\sqrt{2}}{8} |u_n - \alpha|$. **(0,75pt)**

b-) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^n$. **(0,75pt)**

EXERCICE 3 : (5points)

On considère les fonctions f et g définies sur]0 ; +∞[respectivement par $f(x) = \frac{1 + 2\ln x}{x^2}$ et $g(x) = 1 - x + 2\ln x$. (Cf) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-) Étudier les variations de la fonction g sur $]0\,;+\infty[$ et dresser son tableau de variations. (**0,75pt**)

2-) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2\,;+\infty[$.(**0,5pt**)

3-) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}. (**0,5pt**)

4-) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha}$. (**0,5pt**)

5-a) Montrer que , pour tout $x > 0$, $f(x) - \dfrac{1}{x} = \dfrac{g(x)}{x^2}$. (**0,25pt**)

b-) Montrer que, pour tout $x \geq 4$ on a : $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{x}$ (**0,5pt**)

c-) En déduire la limite de f en $+\infty$ **(0,25pt)**

6-) Déterminer la limite de f en 0 . (**0,25pt**)

7-) Déterminer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variations de f. (**1pt**)

8-) Déterminer les coordonnées du point A , intersection de (Cf) avec l'axe des abscisses.(**0,5pt**)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Situation

Monsieur **SOUDI** est un cultivateur dans le village **WOGOMDOU** situé dans la région de l'ADAMAOUA. Après la naissance de son premier garçon **MOHAMADOU**, il décide de placer une somme de $\mathbf{1\,000\,000\ F\ CFA}$ le premier janvier 2020 dans une banque pour une durée de 10 ans, pour financer plus tard les études de son fils. Le banquier lui propose deux options :

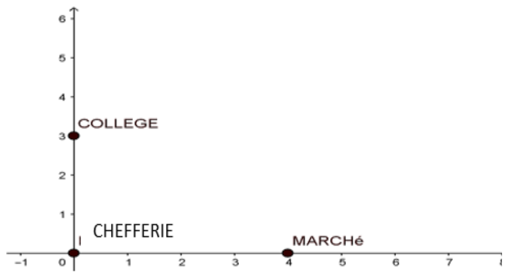
Option A : placement à intérêts simples. Chaque fin d'année, l'argent placé produira le même intérêt de $6,5\%$ du montant initial placé.

Option B:placement à intérêts composés. Le taux d'intérêt est de 3% l'an, mais chaque fin d'année, l'intérêt acquis est pris en compte dans le calcul du capital de l'année suivante. Il aimerait connaitre l'option la plus avantageuse.

Une entreprise BTP désignée pour construire 3 forages dans le village de **WOGOMDOU** a assimilé le village à un repère orthonormé direct comme l'indique la **figure 1** ci-dessous (l'unité de longueur est le mètre). Un forage est assimilable à un point dont on peut déterminer l'affixe notée z. Après avoir mené une étude sur le site pour positionner les 3 forages, les ingénieurs ont réalisé que l'un des forages sera situé sur l'axe reliant la chefferie au collège et plus généralement les affixes des trois forages vérifient la relation $z^3 + (-4-8i)z^2 + (-15+22i)z + 30 = 0$.

Madame **SOUDI,** produit x galettes compris entre 1000 et 2000 par jour. Le coût de production journalier en fonction du nombre x de galettes, $C(x)$ estimé en $F\ CFA$ est donné par $C(x) = 0,004x^2 + 30x + 1000$. Elle vend ces galettes à $40\ F\ CFA$ l'unité. Elle souhaite connaitre le nombre de galettes qu'elle doit produire et vendre par jour pour avoir un bénéfice maximal.

Tâches :



1-) Déterminer l'option la plus avantageuse pour Monsieur **SOUDI** . **(1,5pt)**

2-) Déterminer le nombre de galettes que Madame **SOUDI** doit produire et vendre par jour pour avoir un bénéfice maximal. **(1,5pt)**

3-) Déterminer par leurs coordonnées, les positions des trois forages. **(1,5pt)**

Présentation : **(0,5pt)**